



## Modelo autorregresivo de primer orden aplicado a la predicción anual de caudales en la amazonia peruana: Cuenca del río Mayo

### 1. Introducción

La cuenca del Amazonas es la más grande del planeta, con un área de drenaje de 6 200 000 km<sup>2</sup> y un caudal anual promedio de 6 300 km<sup>3</sup> de agua que vierte al océano Atlántico (Molinier et al. 1995, Marengo 2006) y la disponibilidad anual neta de agua es de 2696 mm. (UNESCO, 2006). La cuenca del río Mayo cubre aproximadamente el 0.14 % del total de la cuenca del Amazonas (Figura 1), presenta grandes variaciones altitudinales de 200 hasta 4 000 msnm. Todos los procesos hidrológicos tienen características estocásticas o una combinación de procesos determinísticos y estocásticos (Yevjevich, 1972). El problema frecuente es la insuficiencia de datos de precipitación o caudales, entonces se asume que el futuro es estadísticamente similar al pasado (García, 2010). El origen de la estocasticidad en los recursos hídricos es doble: Por la distribución de la lluvia y los diferentes factores que afectan al comportamiento del agua en la superficie terrestre (Marco, 1993). Existen muchos modelos para la simulación de caudales, entre ellos los más frecuentes, los modelos estocásticos: AR(p), MA(q), ARMA(p,q) y ARIMA(p,i,q). (Cadavid, J. et al. 2013).

### 2. Metodología

Se desarrolló un modelo autorregresivo de primer orden aplicado a la predicción anual (100 años) de caudales del río Mayo, a partir de la serie histórica (31 años), el análisis correspondió a caudales mensuales medidos por SENAMHI (Servicio Nacional de Meteorología e Hidrología) en la estación de Shanao del Río Mayo (1983 – 2013). Se ha elegido el modelo autorregresivo de primer orden (AR1), conocido también como el modelo de Markov de primer orden (1). Para el proceso autorregresivo (Markov) de primer orden, el coeficiente de correlación serial con desfase K está dado por:  $\rho_{x,k} = \rho_{x,1}^k$ .

$$X_{i+1} = \mu_x + \rho_{x,1}(X_i - \mu_x) + \varepsilon_{i+1} \quad (1)$$

Para calcular los coeficientes de autocorrelación, se aplicó el código computacional MATLAB y se obtuvieron información sobre la relación lineal entre los residuos del modelo separados por k unidades temporales, es decir indicaron el grado de correlación entre cada valor del residuo y los desplazados en k periodos. Del análisis de los gráficos de las series, los correlogramas simples o función de autocorrelación simple (FACS), se determinó que el proceso fue estacionario con propiedades estadísticas que no varían en el tiempo. A partir del análisis de datos históricos se logró la generación de series temporales de caudales con distribución normal, log normal y gamma. La verificación del modelo se realizó observando la función autorregresivo simple (FACS) de los residuos, que fue significativamente nula para cualquier retardo.



Figura 1. Ubicación del área de estudio y estación Shanao

Año	Q (m <sup>3</sup> /s)						
1983	369,99	1991	448,23	1999	384,77	2007	432,611
1984	373,59	1992	456,08	2000	372,87	2008	426,980
1985	407,75	1993	444,82	2001	362,69	2009	428,782
1986	412,99	1994	425,99	2002	357,52	2010	431,446
1987	401,35	1995	413,25	2003	377,96	2011	434,878
1988	423,51	1996	397,12	2004	370,43	2012	444,077
1989	438,33	1997	397,12	2005	374,94	2013	462,400
1990	451,87	1998	366,03	2006	401,93		

Tabla 2. Caudales del río Mayo en el aforo Shanao

### 3. Resultados

- 3.1 Se calculó la medida de tendencia central y dispersión: La media:  $x_m = 408,9945$  m<sup>3</sup>/seg. y la desviación estándar:  $s_x = 31.9438$  m<sup>3</sup>/seg.
- 3.2 De la serie anual de caudales del río Mayo (31 años) se calculó a los coeficientes de autocorrelación: k = 16 (retardos). Ver tabla 2.
- 3.3 Del análisis del correlograma (tabla 2 y figuras 2 y 3) se observó que los coeficientes de autocorrelación oscilaron entre 1.00 a -0.9017 con tendencia a cero, es decir con características propios de un modelo autorregresivo de primer orden (AR1) estacionario.
- 3.4 Se logró generar la series de caudales anuales (tabla 3) para 100 años del río Mayo en el punto de aforo de la estación Shanao y del análisis de la distribución estadística de los caudales generados (figura 4, 5 y 6) se observó que la distribución log normal explica el mejor ajuste estadístico.

k	R	k	R	k	r	k	r
1	1,0000	5	0,3161	9	-0,7193	13	-0,7973
2	0,8824	6	0,0014	10	-0,8569	14	-0,5580
3	0,6996	7	-0,2532	11	-0,9017	15	-0,2697
4	0,5306	8	-0,5032	12	-0,8947	16	-0,0859

Tabla 2. Coeficientes de autocorrelación

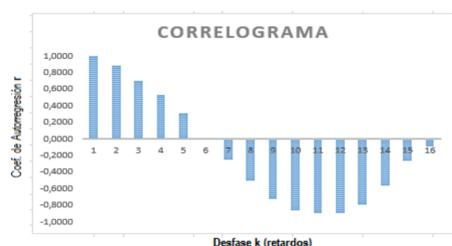


Figura 2. Tendencia del Correlograma

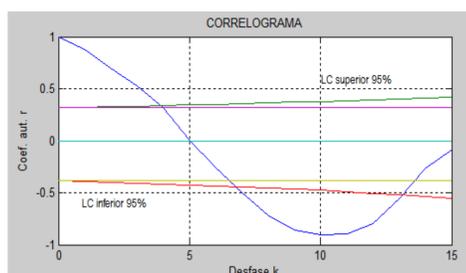


Figura 3. Límites de confianza del correlograma

Año	Q (m <sup>3</sup> /s)	Año	Q (m <sup>3</sup> /s)	Año	Q (m <sup>3</sup> /s)
1	369,99	35	375,27	69	419,42
2	383,31	36	361,14	70	422,83
3	353,38	37	362,96	71	417,69
4	325,06	38	346,90	72	400,78
5	336,13	39	353,89	73	397,47
6	330,45	40	351,94	74	397,53
7	345,87	41	391,39	75	376,47
8	363,47	42	410,57	76	383,47
9	381,72	43	372,85	77	374,11
10	374,54	44	383,74	78	376,80
11	385,34	45	365,69	79	385,64
12	389,64	46	366,95	80	374,79
13	404,33	47	374,37	81	374,48
14	412,94	48	389,68	82	383,80
15	425,97	49	387,85	83	359,17
16	421,99	50	414,03	84	380,60
17	418,25	51	406,21	85	420,38
18	432,31	52	411,46	86	433,46
19	397,65	53	421,16	87	425,84
20	391,41	54	421,01	88	430,30
21	374,37	55	432,84	89	412,22
22	372,69	56	434,89	90	440,07
23	386,71	57	420,06	91	450,55
24	401,74	58	391,62	92	457,50
25	387,34	59	421,60	93	438,63
26	382,81	60	411,03	94	439,95
27	387,95	61	412,35	95	427,92
28	386,04	62	420,42	96	421,01
29	393,27	63	420,68	97	411,03
30	401,13	64	405,80	98	395,37
31	388,08	65	399,14	99	383,32
32	387,88	66	398,42	100	383,18
33	358,32	67	421,90		
34	381,49	68	407,44		

Tabla 3. Coeficientes de autocorrelación

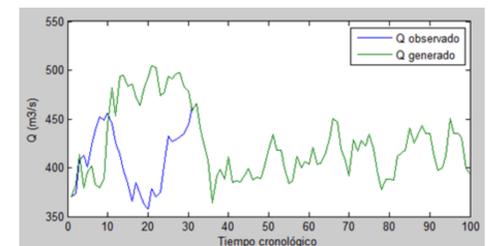


Figura 4. Caudales generados con distribución normal

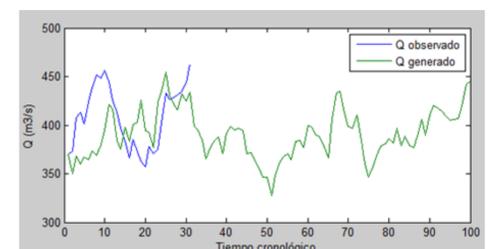


Figura 5. Caudales generados con distribución log normal

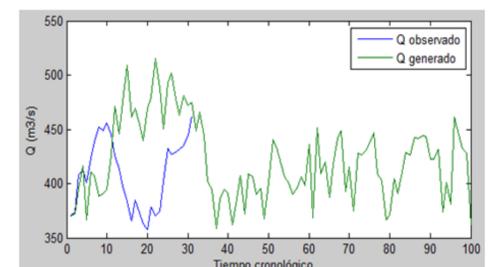


Figura 6. Caudales generados con distribución gamma

### 4. Conclusiones

El desarrollo del modelo autorregresivos (AR1) para la generación de series anuales de caudales para 100 años, a partir de la serie histórica (1983-2013) en el punto de aforo de Shanao del río Mayo, con distribución normal, log normal y gamma, tienen propiedades estadísticas variables. Sin embargo, en referencia al punto de aforo, la generación de serie anual de caudales con distribución log normal, es el que representa mejor acercamiento al comportamiento de la serie histórica; por lo tanto, ofrece mayor confianza para la predicción anual y descripción del comportamiento del caudal del río Mayo para próximos 100 años, con la finalidad de simular procesos hidrológicos importantes para la planificación del uso o aprovechamiento de la disponibilidad anual del agua, en el marco de la gestión integrada de los recursos hídricos.

### Autores:

S, Casas Luna <sup>1</sup>

J, Mejía Marcacuzco <sup>2</sup>

<sup>1</sup>UNSM Moyobamba, Perú

<sup>2</sup>UNALM Lima, Perú

### Contacto:

Santiago A. Casas Luna

Centroceap@yahoo.com

Dirección: Jr. Chachapoyas  
Mz. E Lte. 7 - Moyobamba  
San Martín - Perú

Teléfono: +51 975492187

Agradecimientos: Al Programa Doctoral en Recursos Hídricos de la EPG – UNALM, Lima – Perú  
 Este proyecto ha sido financiado con la ayuda de la Oficina de Investigación de la UNSM-Tarapoto 2016